

Interrogations actuelles
sur la valeur de la constante de Hubble
et leurs implications
sur le modèle standard de la cosmologie.

Jean-Pierre Treuil

15 novembre 2023

1. La constante de Hubble, ses définitions.
2. Historique des valeurs attribuées ; interrogations actuelles
3. La constante de Hubble dans le modèle Λ CDM
4. Méthodes des mesures : directes, BAO, CMB
5. Principe des modèles de reconstruction du CMB.
6. Tableau de solutions avancées
7. Zoom sur deux propositions prises dans la littérature

La constante de Hubble, à son origine

1. Rapport grossièrement constant entre d'*apparentes* vitesses radiales d'éloignement de "nébuleuses extragalactiques " et leur distances. A la dimension de l'inverse d'un temps.

$$K = \frac{V}{D}$$

2. Est parti de la constatation de décalages vers le rouge observés sur plusieurs de ces nébuleuses

$$z = \frac{d\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{src}}{\lambda_{src}}$$

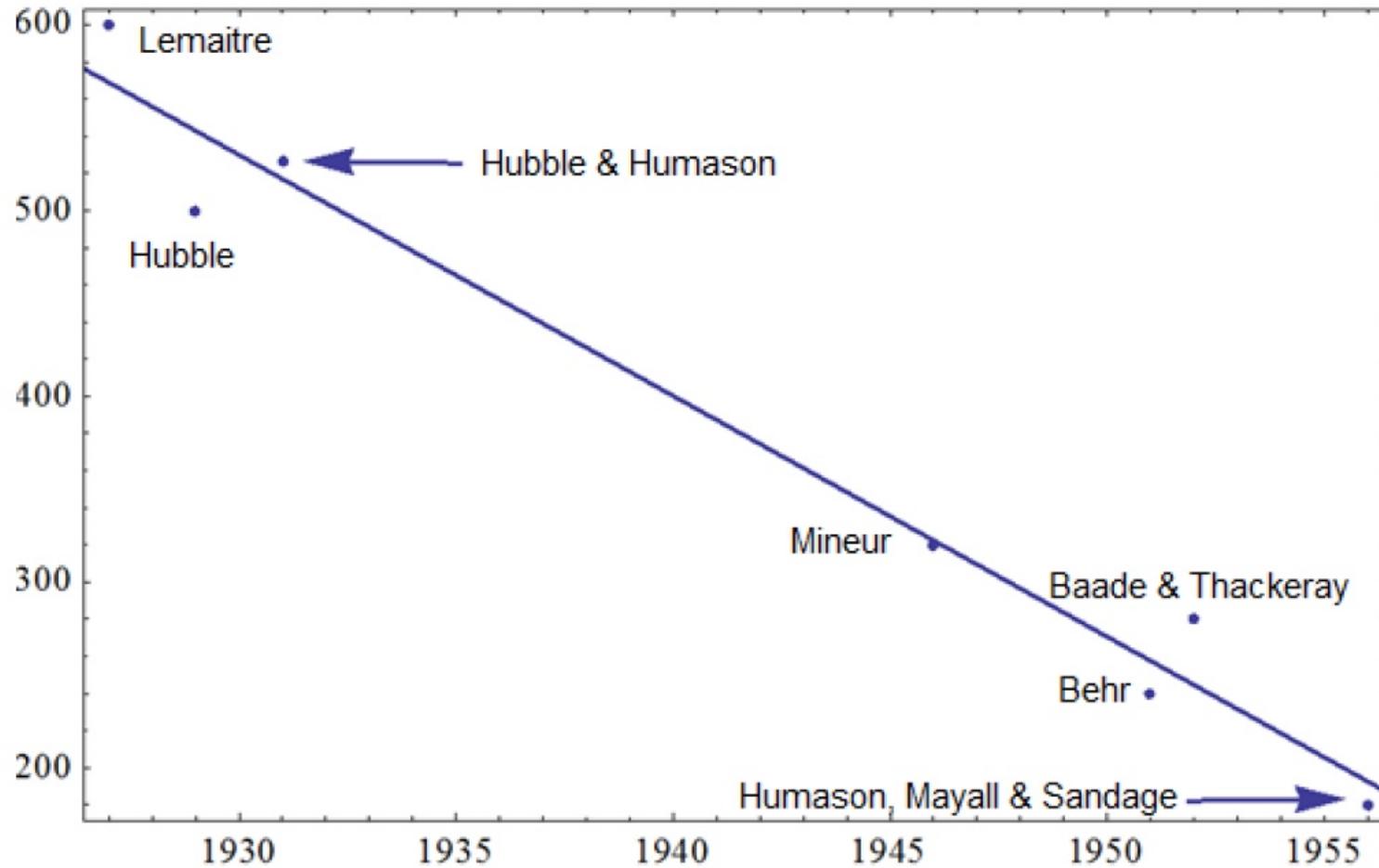
exprimés comme vitesse d'éloignement $V = cz$, puis mis en relation avec des estimations de distances (Hubble 1929)

3. *Exprimés*, mais au départ, doutes sur l'interprétation du redshift comme vitesse d'éloignement. Hubble notamment s'est montré réticent.

Les toutes premières estimations de sa valeur

- Lemaître 1927 : ≈ 625 km/s/Mpc
- Hubble Janvier 1929 : étude de 24 galaxies.
 $K \approx 500$ km/s/Mpc ; avec $V_{max} \approx 1000$ km/s, $z_{max} \approx 0.003$
- Hubble et Humason 1931 : étude de 40 nouvelles galaxies.
 $v \approx 558$ km/s/Mpc ; avec $V_{max} = 20000$ km/s, $z_{max} \approx 0.07$
- La notation H_0 viendra plus tard, dans le cadre des modèles *FLRW*.

La lente décroissance des valeurs estimées



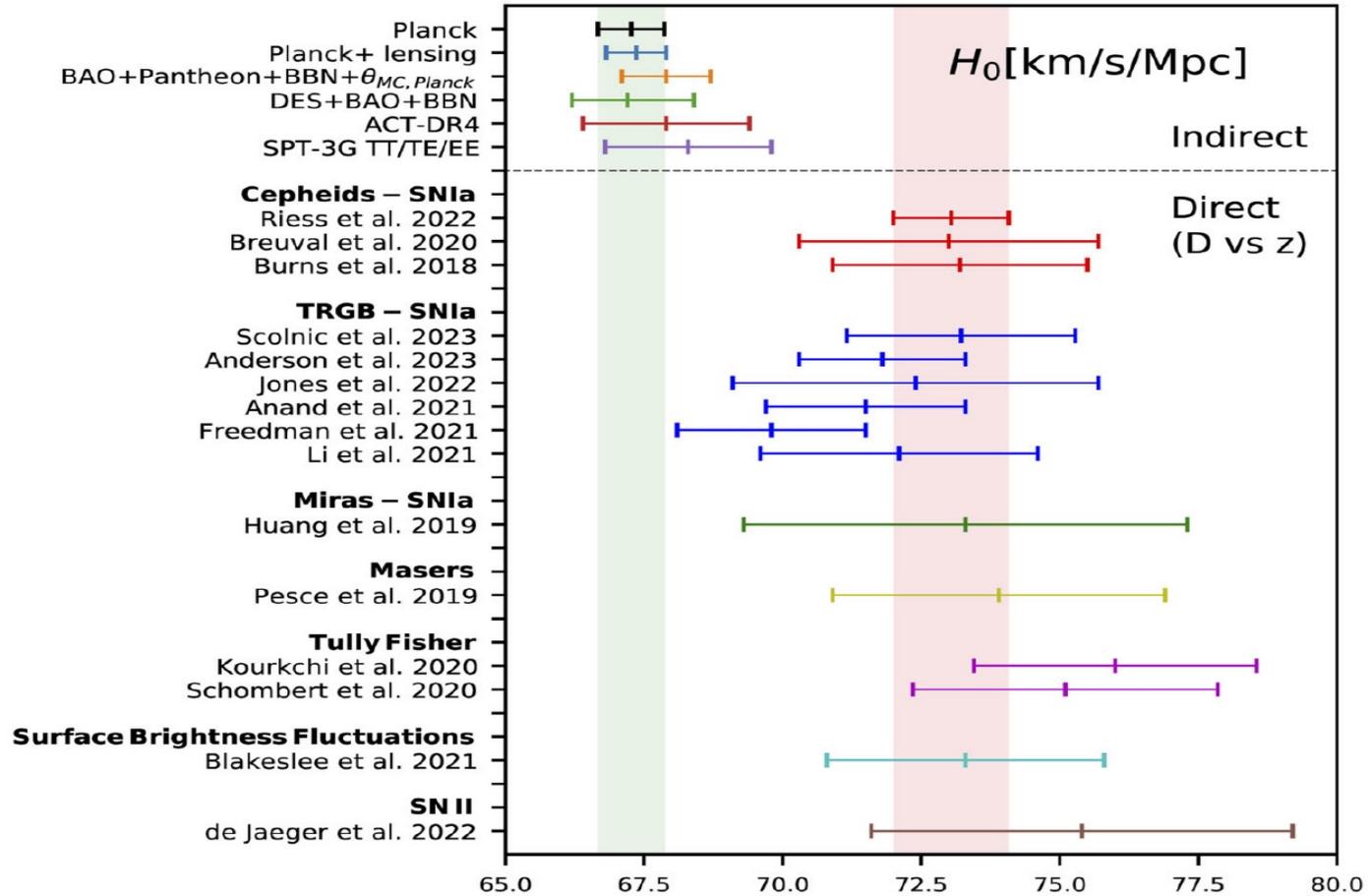
Cervantes-Cota J. et al. 2023, Fig. 7

Début des années 1990, des controverses persistantes

By the early 1990s, many estimates of the Hubble constant had already been made using several methods. As a result of these measurements, a dichotomy of results surged. Values for H_0 were grouped into one of two separate intervals. In the first set of the two, dubbed the “long” timescale, the value of H_0 was situated in the interval between 40 to 60 km/s/Mpc, while in the second set, labeled the “short” timescale, H_0 was located between 80 to 100 km/s/Mpc (i.e., a large value of the Hubble constant and a “short” timescale for the cosmological expansion). This indicated a “factor-of-two” difference!

Cervantes-Cota J. et al. 2023, page 42

Depuis 2015La controverse actuelle



Riess Adam G., Breival Louise, 2023, Fig. 10

Le modèle Λ CDM :

- Principe cosmologique : Univers homogène et Isotrope : Métrique *FLRW*
Dans l'espace-temps, l'intervalle ds entre deux évènements de coordonnées $[t, \chi, \theta, \phi]$ et $[t + dt, \chi + d\chi, \theta + d\theta, \phi + d\phi]$ donné par :

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) \left(d\chi^2 + R^2 f_k^2 \left(\frac{\chi}{R} \right) (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right)$$

avec $f_{-1}(x) = \sinh(x)$, $f_1(x) = \sin(x)$, $f_0(x) = x$

- $G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$ + Principe Cosmologique : Dynamique *FLRW* :

$$\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{kc^2}{a^2 R^2} + \frac{\Lambda c^2}{3} \quad \text{et} \quad \frac{\ddot{a}}{a} = \frac{\Lambda c^2}{3} - \frac{4\pi G}{3} \left[\rho + 3 \frac{P}{c^2} \right]$$

Le modèle Λ CDM :
Métrique et dynamique $FLRW$ +
hypothèses sur les différents fluides et leur physique

1. $P_i = w_i \rho_i, i \in [r, b, c, \Lambda]$
2. $w_r = 1/3$ (photons, neutrinos)
3. $w_b = w_c = 0$ (matière baryonique, matière noire)
4. $w_\Lambda = -1$ (énergie noire, pression négative)

H_0 et $H(t)$ dans la *métrie FLRW (Définitions)* :

1. Deux galaxies séparées par une distance radiale co-mobile χ , soit, à l'instant t , par une distance physique $D(t) = a(t)\chi$.

Entre t et $t + dt$ leur distance physique s'est accrue de $dD = (\dot{a}dt)\chi$; elles se sont mutuellement éloignées avec une vitesse physique

$$V(t) \equiv \frac{dD}{dt} = \frac{\dot{a}}{a}(t)D(t)$$

2. $H(t) \equiv \frac{V(t)}{D(t)} = \frac{\dot{a}}{a}(t)$

3. H_0 , constante de Hubble = valeur de H à l'instant actuel $t = t_0$.

$H(z)$ et distances entre une observation et l'évènement source
(dans la métrique $FLRW$, univers plat)

1. $H(z)$ et distance luminosité $D_L(z)$

$$\frac{c}{H(z)} = \frac{d}{dz} \left[\frac{D_L(z)}{1+z} \right] = \frac{d}{dz} D_A(z)$$

2. $H(z)$ et distance temporelle $D_T(z)$

$$\frac{1}{(1+z)H(z)} = \frac{d}{dz} D_T(z)$$

$D_A(z)$ rapport entre le **diamètre comobile** d'un objet et l'angle sous lequel ce diamètre est vu

La fonction $H(z)$ dans le modèle Λ CDM

1. $\rho(z)$ densité totale d'énergie au redshift z : 1ère équation de Friedman :

$$\rho(z) = \frac{3H^2(z)}{8\pi G}$$

$$H(z) = H_0 \sqrt{(1+z)^4 \Omega_r + (1+z)^3 \Omega_m + (1+z)^2 \Omega_K + \Omega_\Lambda}$$

$\Omega_r, \Omega_m, \Omega_K, \Omega_\Lambda$ indépendants de z ,

rappports des densités *actuelles* ρ_i à la densité totale actuelle $\rho = \frac{3H_0^2}{8\pi G}$

2. soit encore :

$$H(z) = \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \sqrt{(1+z)^4 \rho_r + (1+z)^3 \rho_m + (1+z)^2 \rho_K + \rho_\Lambda}$$

3. $\rho_r \ll \rho_m, \rho_K = 0$ dans un univers plat, $\rho_\Lambda \approx \rho - \rho_m$:
pour z suffisamment petit :

$$H(z) \approx \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \sqrt{(1+z)^3 \rho_m + \rho - \rho_m}$$

La route directe :

Approcher la fonction $H(z)$ sans mobiliser un modèle cosmologique
mais dans la métrique $FLRW$

1. Expression de $D_L(z)$ jusqu'au troisième ordre en z

$$D_L(z) \approx \frac{cz}{H_0} \left\{ 1 - \left[1 - \frac{q_0}{2} \right] z + \left[1 + q_0 + \frac{q_0^2}{2} - \frac{j_0}{6} \right] z^2 \right\}$$

où $q_0 = \ddot{a}H^{-2} |_{z=0}$ est la valeur actuelle du paramètre de décélération
et $j_0 = \ddot{\ddot{a}}H^{-3} |_{z=0}$

2. valeurs de $D_L(z)$, $z \in [0, z_{max}]$ sur plusieurs galaxies
=> valeurs de H_0, q_0, j_0 => expression approchée de $H(z)$, $z \in [0, z_{max}]$
3. ex. Adam Riess et Louise Breuval 2023 : $z \in [0.023, 0.15]$, D_L sur 300 Supernovae Ia, $\rightarrow H_0 = 73.04 \pm 1.04, q_0 = -0.55$

Une route alternative

Evaluer les paramètres contrôlant $H(z)$ dans le modèle Λ CDM

1. à partir des distances luminosité
2. à partir de caractéristiques de la distribution spatiale des galaxies (BAO)
3. à partir de caractéristiques des anisotropies du CMB

à partir des distances luminosité

1. (rappel) indépendamment de ΛCDM :

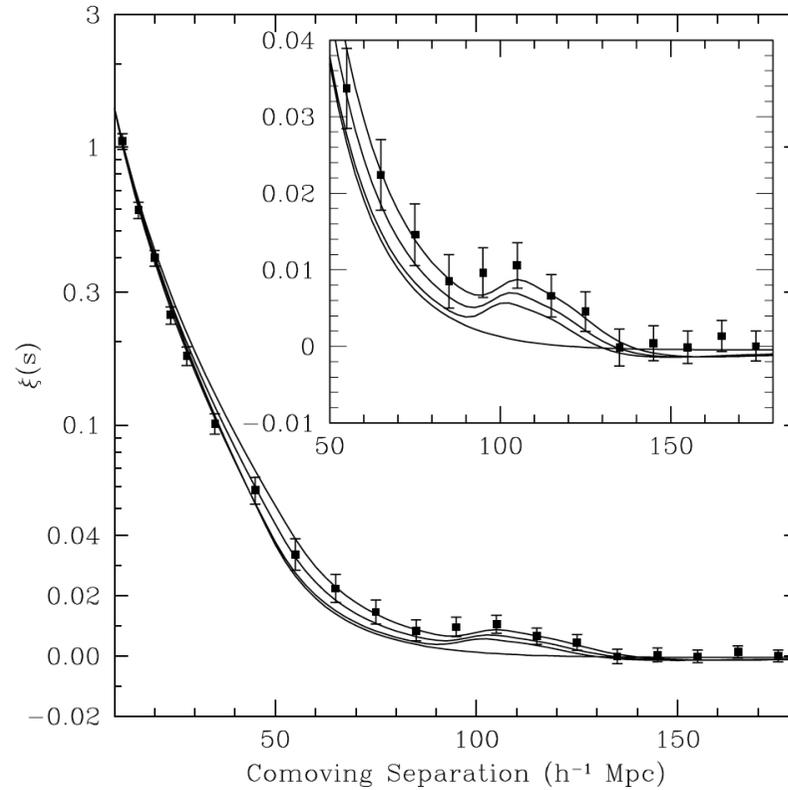
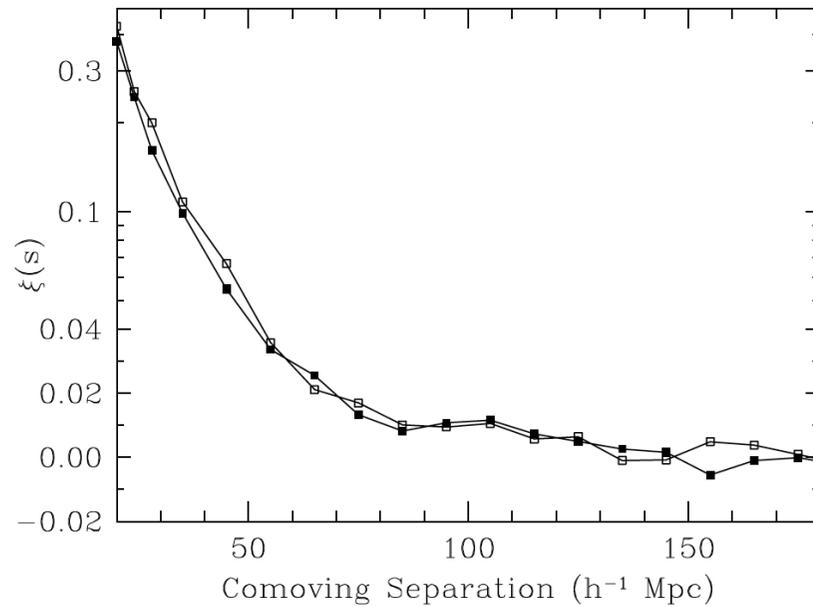
$$\frac{c}{H(z)} = \frac{d}{dz} \left[\frac{D_L(z)}{1+z} \right]$$

2. dans ΛCDM , $k = 0$, pour des galaxies z , D_L de l'univers proche,

$$H_0 \approx \frac{1+z}{D_L} \int_0^z \frac{cd\zeta}{\sqrt{\Omega_m(1+\zeta)^3 + 1 - \Omega_m}}$$

3. pour chaque galaxie, une indétermination (dégénérescence) qui se traduit par une courbe dans le plan $[\Omega_m, H_0]$

Eisenstein 2006, BAO



Mise en évidence d'un "bump" de corrélation à une distance co-mobile $r_s \approx 143 Mpc$. 46748 LRG, trois coquilles de redshift $z \in [[0.16, 0.36], [0.36, 0.47]]$ et $[0.16, 0.47]$. $D_A(0.35) = 1374 Mpc$, à cette distance, $143 Mpc$ sous-tend $\approx 6^\circ$

à partir des corrélations angulaires (Angular BAO)

Sur un catalogue de galaxies $[\theta, z, \dots D_L]$, dans une coquille de redshifts $z \in [\bar{z} - \Delta_z, \bar{z} + \Delta_z]$

1. Construction d'une fonction de corrélation angulaire $w_a(\delta^\theta, \bar{z})$ entre les contrastes de densité locaux projetés sur deux directions θ séparées par un angle δ^θ . Constatation d'un "bump" et Mesure de l'angle $\delta_d^\theta(\bar{z})$ associé.
2. Λ CDM, la distance comobile *transversale* r_s^θ lié à ce "bump" est (dans un univers plat) :

$$r_d^\theta(\bar{z}) = \delta_d^\theta(\bar{z}) D_A(\bar{z}) = \delta_d^\theta(\bar{z}) \int_0^{\bar{z}} \frac{cdz}{H_0 \sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + 1 - \Omega_m}}$$

à partir des corrélations radiales (Radial BAO)

Sur un catalogue de galaxies $[\theta, z, \dots D_L]$, dans une coquille de redshifts $z \in [\bar{z} - \Delta_z, \bar{z} + \Delta_z]$

1. Construction d'une fonction de corrélation radiale $w_z(\delta^z, \bar{z})$ entre les contrastes de densités locaux pris sur deux positions de la même ligne de visée, séparées par un écart de redshift δ^z . Constatation d'un "bump" et Mesure de l'écart de redshift $\delta_d^z(\bar{z})$ associé.
2. Λ CDM, la distance comobile radiale r_d^z lié à ce "bump" radial sur les redshift est (dans un univers plat) :

$$r_d^z(\bar{z}) = \frac{c\delta_d^z(\bar{z})}{H(\bar{z})} = \frac{c\delta_d^z(\bar{z})}{H_0\sqrt{\Omega_m(1+\bar{z})^3 + 1 - \Omega_m}}$$

BAO : Les observables et la théorie

1. Les observables

$$\frac{r_d^\theta(\bar{z})}{D_A(\bar{z})} \text{ un angle} \quad \frac{r_d^z(\bar{z})}{D_H(\bar{z})} \text{ un écart de redshift}$$

2. La théorie (moy. certaines corrections)

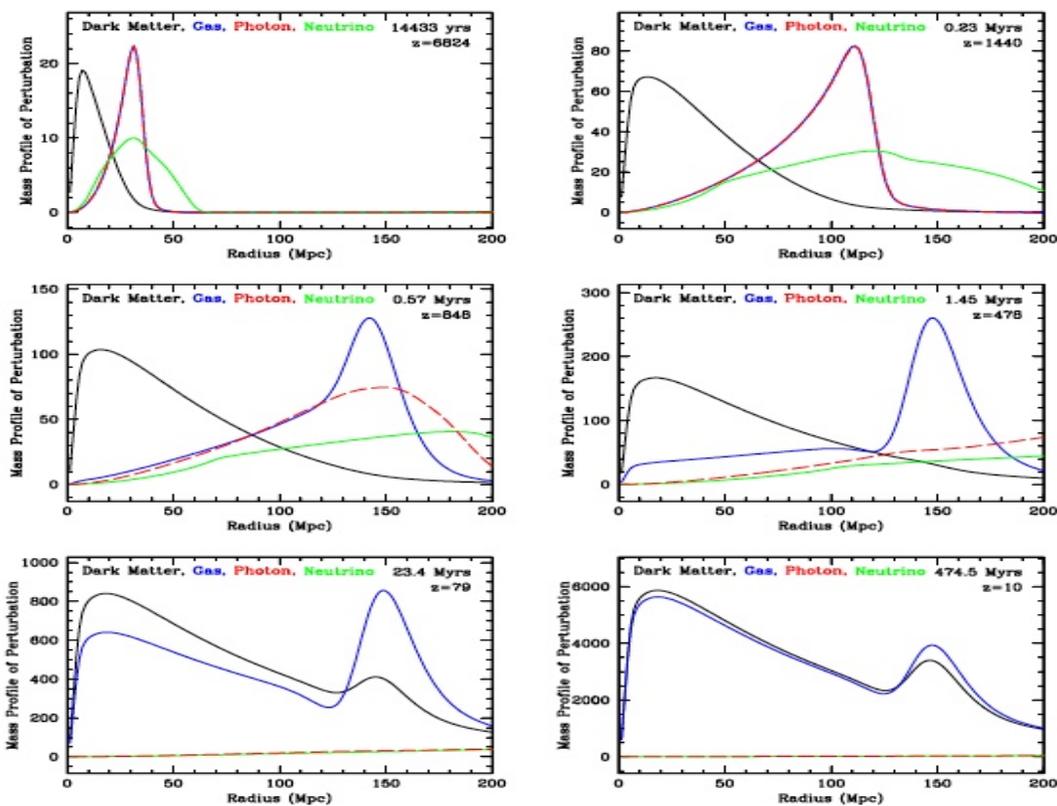
$$r_d^\theta(\bar{z}) = r_d^z(\bar{z}) = r_d = \text{Cste évaluable à partir du CMB}$$

un exemple

Parameter	MGS	BOSS Galaxy	BOSS Galaxy	eBOSS LRG	eBOSS ELG	eBOSS Quasar	Ly α -Ly α	Ly α -Quasar
Sample Properties								
redshift range	$0.07 < z < 0.2$	$0.2 < z < 0.5$	$0.4 < z < 0.6$	$0.6 < z < 1.0$	$0.6 < z < 1.1$	$0.8 < z < 2.2$	$z > 2.1$	$z > 1.77$
N_{tracers}	63,163	604,001	686,370	377,458	173,736	343,708	210,005	341,468
z_{eff}	0.15	0.38	0.51	0.70	0.85	1.48	2.33	2.33
V_{eff} (Gpc ³)	0.24	3.7	4.2	2.7	0.6	0.6		
BAO-Only Measurements (Section 4)								
$D_V(z)/r_d$	4.47 ± 0.17				$18.33^{+0.57}_{-0.62}$			
$D_M(z)/r_d$		10.23 ± 0.17	13.36 ± 0.21	17.86 ± 0.33		30.69 ± 0.80	37.6 ± 1.9	37.3 ± 1.7
$D_H(z)/r_d$		25.00 ± 0.76	22.33 ± 0.58	19.33 ± 0.53		13.26 ± 0.55	8.93 ± 0.28	9.08 ± 0.34

eBOSS Collaboration 2021, *Phys. Review D*, Table 3

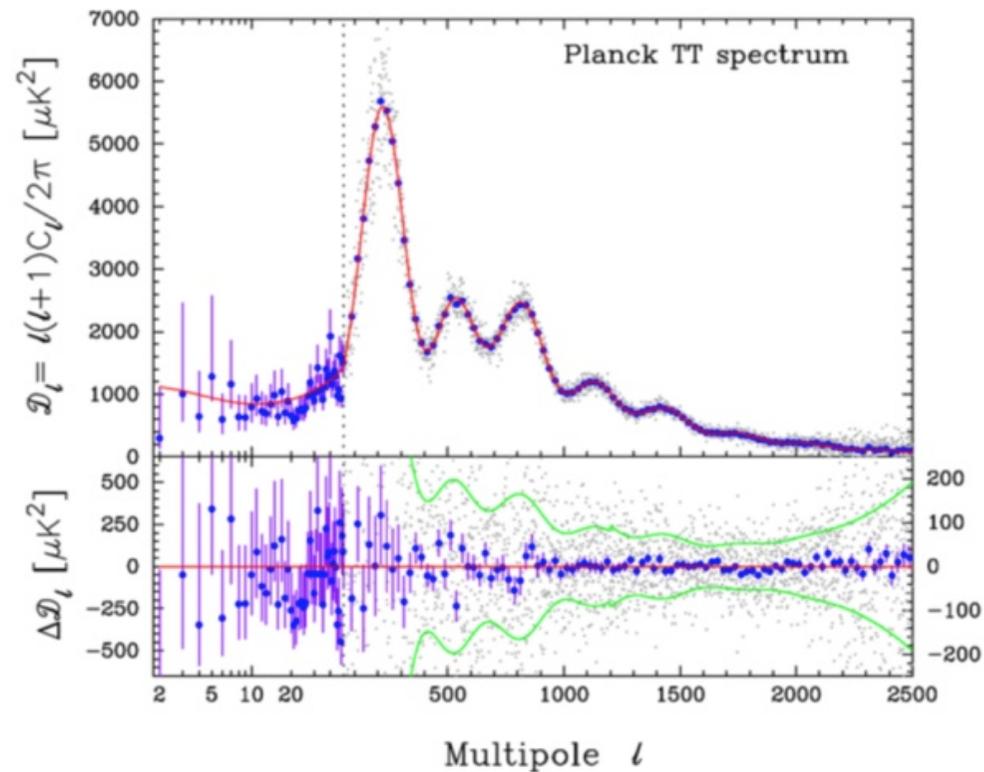
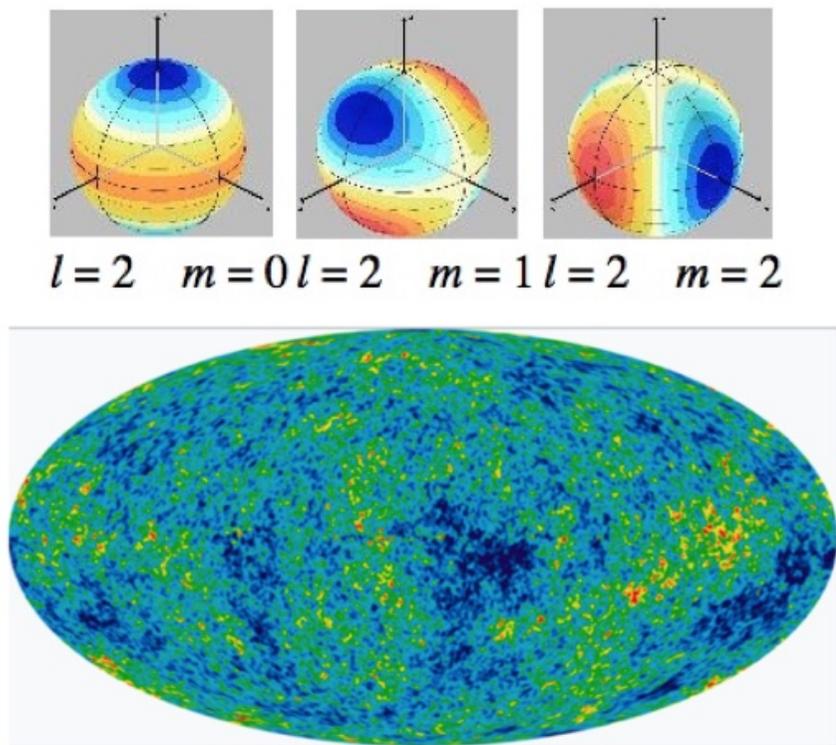
Pourquoi acoustique ?



Formation et évolution du pic acoustique avant recombinaison et après...

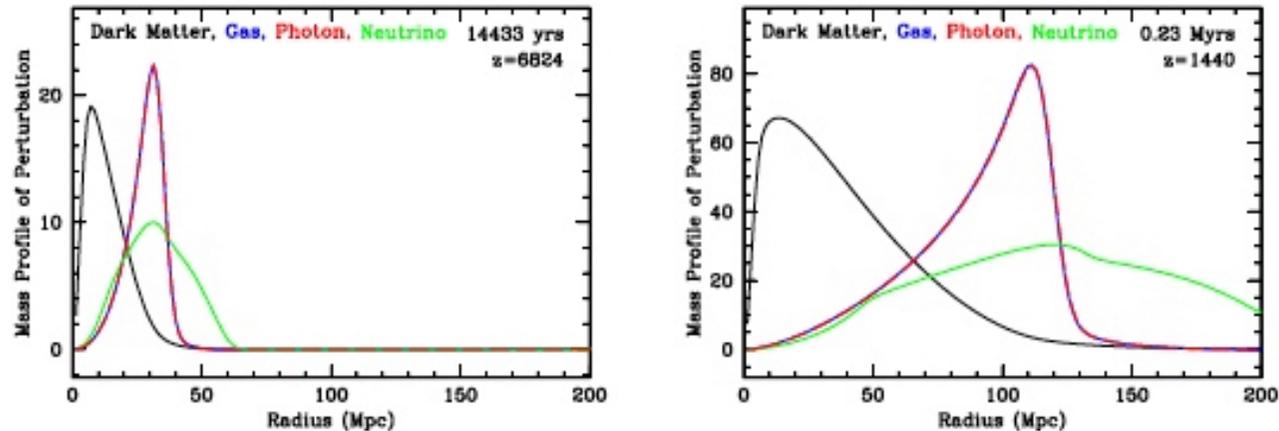
Weinberg David H. et al., 2013, *Physical Reports*, Fig. 10

Le CMB et ses anisotropies (Cobe, WMAP, Planck)



Carte des contrastes de température (en projection Mollweide) et Spectre de puissance : $l = 1000 \rightarrow \theta = \pi/1000 = 0^\circ 18 = 10' 48''$. $l < 49 \rightarrow \theta > 3^\circ 7'$, échelle logarithmique

à partir des caractéristiques des anisotropies du CMB



1. L'angle θ^* lié aux positions des pics du spectre de puissance du CMB, est celui sous-tendant la distance co-mobile r_s des BAO (144 Mpc mais il faut prendre la valeur où l'onde sonore se "fige" définitivement", 147 Mpc)
2. dans le plasma de cette époque, r est bien un "sound horizon", distance co-mobile parcourue par des ondes sonores depuis leur naissance (suite à des fluctuations initiales de métrique), jusqu'à la recombinaison.

à partir des caractéristiques des anisotropies du CMB

1. expression de r_s dans ΛCDM , $k = 0$

$$r_s \approx \int_{z^*}^{\infty} \frac{c_s(z, \rho_b/\rho_\gamma)}{\sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \sqrt{\rho_r(1+z)^4 + \rho_m(1+z)^3}} cdz$$

ρ_b part baryonique de la densité actuelle de matière $\rho_m = \rho_b + \rho_c$

ρ_γ part photonique de la densité actuelle radiative $\rho_r = \rho_\gamma + \rho_\nu$

2. la mesure de l'angle θ^* contraint les densité actuelles ρ_i et H_0 à vérifier :

$$\theta^* = \frac{r_s}{D_A(z^*)} \approx \frac{\int_{z^*}^{\infty} c_s(z, \rho_b/\rho_\gamma) [\rho_r(1+z)^4 + \rho_m(1+z)^3]^{-\frac{1}{2}} dz}{\int_0^{z^*} [\rho_m(1+z)^3 + \rho - \rho_m]^{-\frac{1}{2}} dz}$$

à partir des caractéristiques des anisotropies du CMB

La position angulaire θ^* du premier pic acoustique contraint à priori un espace de six paramètres, $\rho_\gamma, \rho_\nu, \rho_b, \rho_c, H_0, z^*$ mais :

1. ρ_γ déterminé par la température du rayonnement fossile : $4.6510^{-31} \text{kg m}^{-3}$
2. $\rho_\nu = 0.227 N \rho_\gamma$, $N = 3.043$ (physique des neutrinos)
3. ρ_b n'intervient explicitement que dans le rapport ρ_b / ρ_γ
4. la physique de la recombinaison conduit à relier $z^*, \rho_\gamma, \rho_b / \rho_\gamma, Y_P$

Cette contrainte ne laisse plus donc que 3 degrés de liberté : ρ_b, ρ_m, H_0
dans une surface $\rho_b^{0.54} \rho_m H_0^{1.2} \approx Cste$, et la projection ou l'analyse en composante du nuage conduit finalement à $\rho_m H_0 \approx Cste$

Changements de variables, our raisonner avec des grandeurs sans dimension

1. on pose :

$$H_0 = h\bar{H}$$

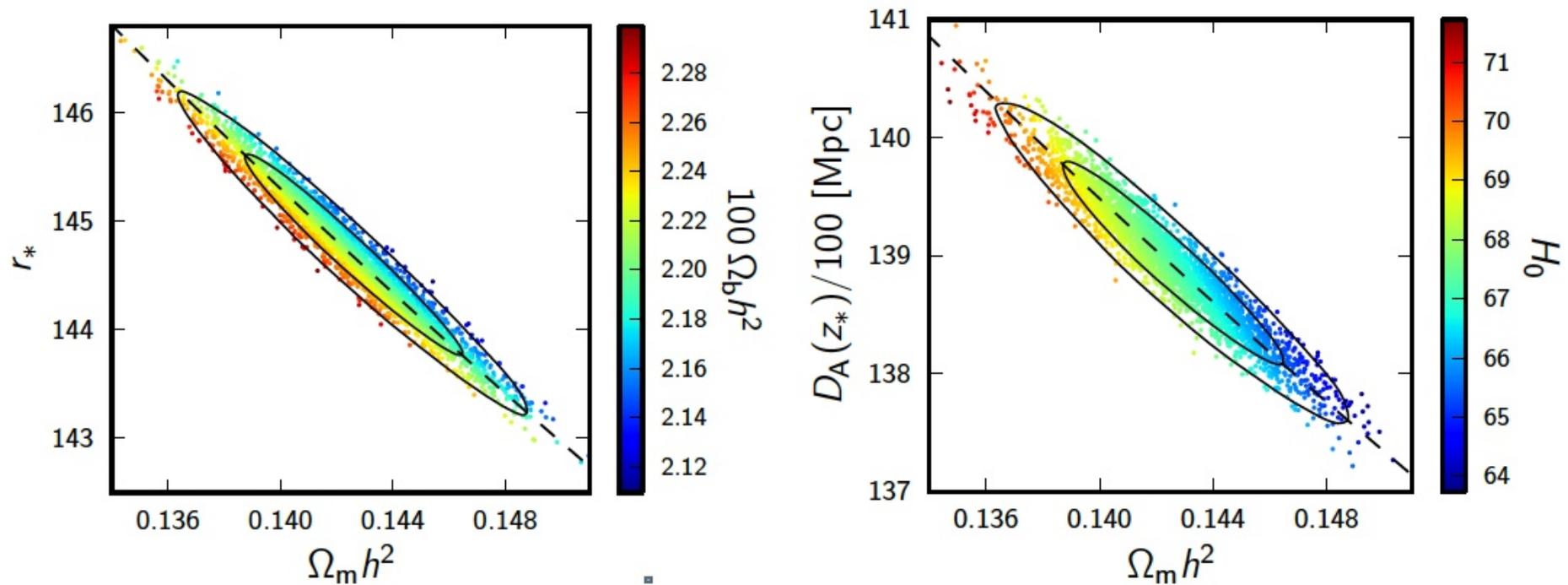
avec \bar{H} , unité conventionnelle, valant 100 km/s/Mpc, de dimension T^{-1}

2. et on raisonne avec et calcule les Ω_i et les $\Omega_i h^2$, tous sans dimensions :

$$\Omega_i h^2 = \Omega_i \frac{H_0^2}{\bar{H}^2} = \frac{8\pi G}{3\bar{H}^2} \Omega_i \rho = \frac{8\pi G}{3\bar{H}^2} \rho_i$$

3. $\Omega_i h^2$ est bien sans dimension : $[L^3][M^{-1}][T^{-2}][T^2][M][L^{-3}]$

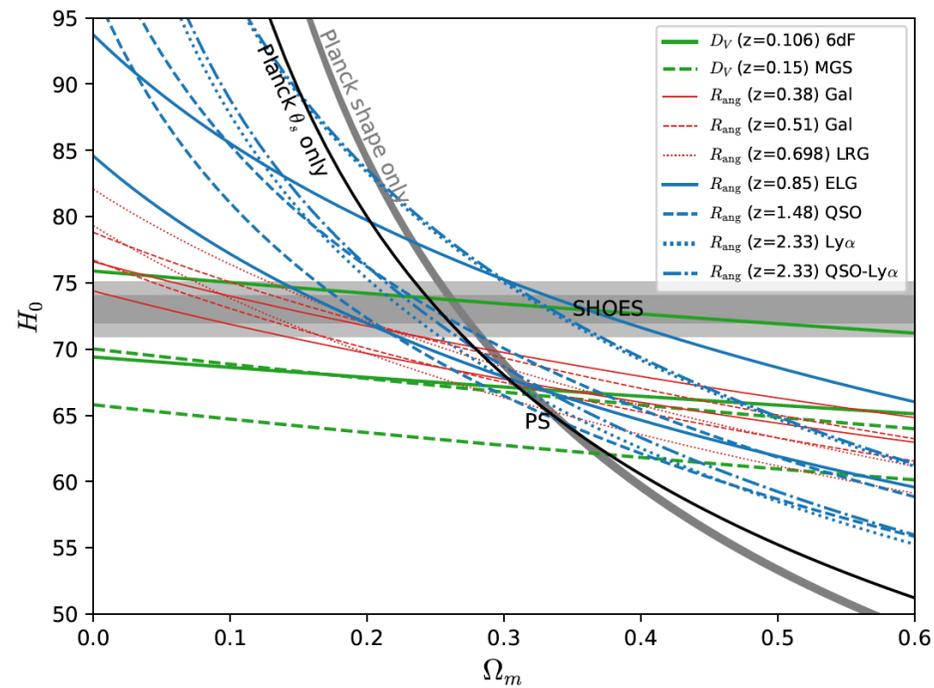
Dépendances entre r_s , $D_A(z^*)$, $\Omega_b h^2$, $\Omega_m h^2$, H_0 sous la contrainte θ^*



A gauche : dépendance entre r_s , $\Omega_m h^2$, $\Omega_b h^2$; à droite, dépendance entre $D_A(z^*)$, $\Omega_m h^2$, H_0 (Planck 2013 results.XVI, fig. 17). Meilleures valeurs : $\Omega_b h^2 \approx 0.022$, $\Omega_m h^2 \approx 0.142$, $H_0 \approx 67.3$

Levée des dégénérescences. Exemple

La hauteur relative des pics acoustiques lève la dégénérescence $[\Omega_m, H_0]$:



Uzan J.P., et Pitrou G. 2023, Fig 10

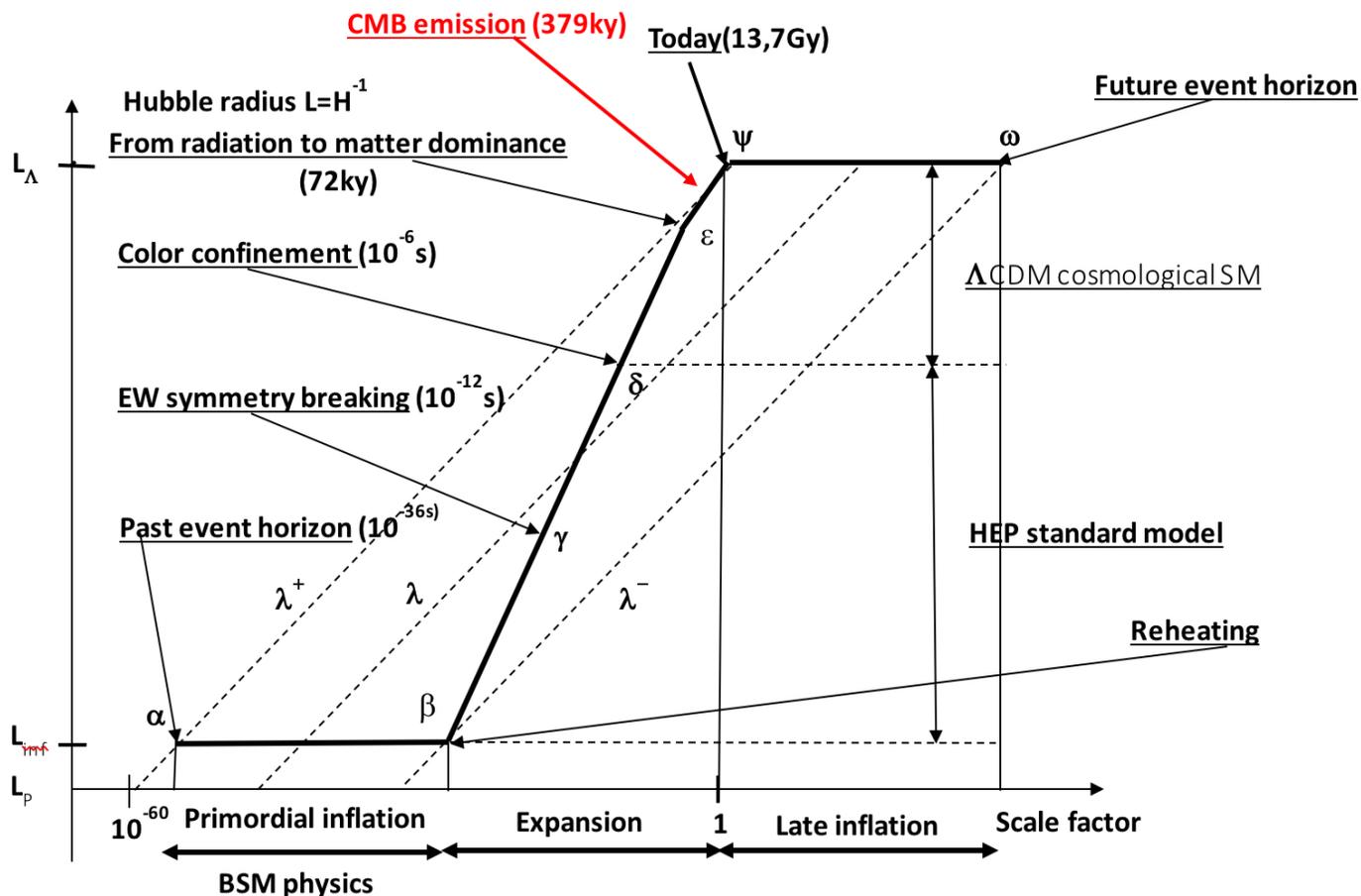
Planck : Des fluctuations initiales aux anisotropies observées

1. spectre fluctuations initiales : une fonction $\mathcal{P}(k)$, k nombre d'onde d'une fluctuation élémentaire , un nombre entier dans une gamme d'ondes limitée $k \in [5 \cdot 10^{-3}, 2 \cdot 10^{-1}]$
2. spectre de puissance angulaire : une fonction $D(l)$, l multipole, un nombre entier lié à la résolution angulaire d'analyse de l'anisotropie dans une gamme de résolutions limitée $l \in [0, 2500]$
3. fonction de transfert $G(l, k)$, donnant la contribution de chaque fluctuation élémentaire à chaque valeur $D(l)$: $D(l) = \sum_k G(l, k) \mathcal{P}(k)$
4. les équations des processus donnent l'expression de $G(l, k)$ en fonction des paramètres de ΛCDM ;

Les composantes de la fonction de transfert

1. **processus antérieurs à la recombinaison** :
équations du destin des fluctuations : dynamique de géométrie et de fluides, en interactions.
2. **processus postérieurs à la recombinaison** :
équations du destin des photons jusqu'aux capteurs : notamment prise en compte des hétérogénéités à grande échelle de la matière, décrites par un spectre de puissance lui même déduit de la première étape

Histoire de l'univers jusqu'à la recombinaison



Exposé AEIS de Gilles Cohen-Tannoudji, 2022

Un complément de légende pour la figure précédente

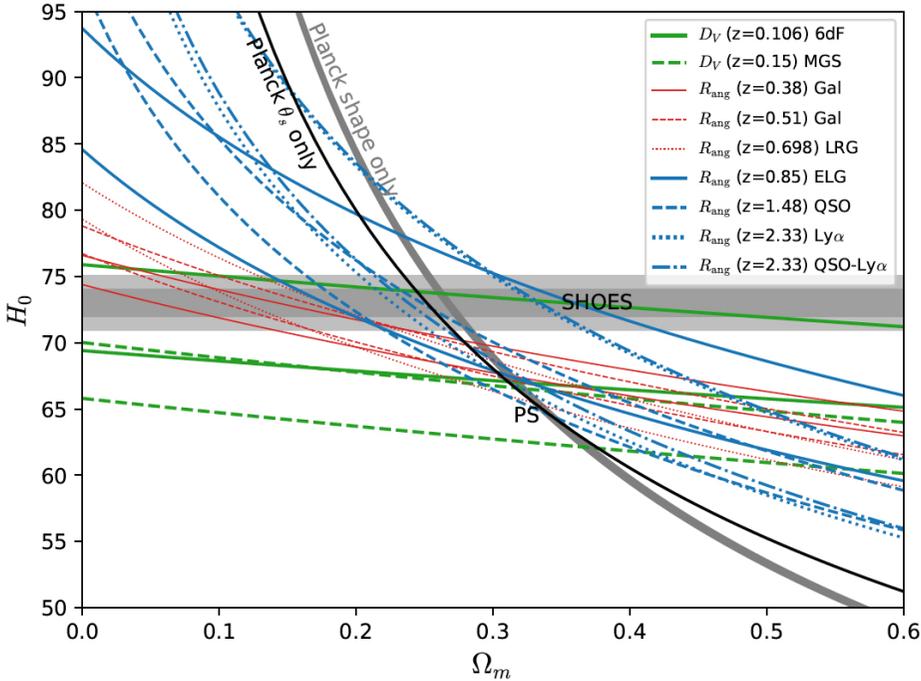
1. λ trajet au cours du temps, dans le plan $[L, a]$, d'une fluctuation de longueur d'onde **co-mobile** donnée. De la gauche vers la droite : des ondes les plus longues aux ondes les plus courtes
2. λ_+ onde la plus longue ayant pu rentrer dans l'horizon de Hubble (un court moment, au point ψ), après en être sortie (au point α) lors de la première inflation.
3. λ_- onde la plus courte ayant pu rester hors de l'horizon de Hubble (un court moment, au point β) , avant d'en sortir définitivement (au point ω) lors de la seconde inflation.
4. α : Les fluctuations sorties de l'horizon de Hubble avant α resteront à jamais inconnues
5. ω : passé ω , l'univers dans l'horizon de Hubble sera totalement homogène et le restera.

Histoire de l'univers jusqu'à la recombinaison. Détail !

Evènement	z	$a(z)$	$H(z)$	$Temp(z)$	$t_H(z)$	$k_H(z)$
Today	0	1	67	2.7	$4.6 \cdot 10^{17}$	$2.2 \cdot 10^{-4}$
Drag Epoch	1059	$9.4 \cdot 10^{-4}$	$1.5 \cdot 10^6$	3000	$2 \cdot 10^{13}$	$4.5 \cdot 10^{-3}$
Last Scattering	1090	$9.2 \cdot 10^{-4}$	$1.5 \cdot 10^6$	3000	$2 \cdot 10^{13}$	$4.5 \cdot 10^{-3}$
Mat. to Rad. ϵ	3402	$2.9 \cdot 10^{-4}$	$1.2 \cdot 10^7$		$2.5 \cdot 10^{12}$	$1.2 \cdot 10^{-2}$
BBN	10^{10}	10^{-10}	10^{20}	10^9	1	$3.3 \cdot 10^4$
Color confin. δ :				$10^{12}K$	10^{-6}	
EW sym. break. γ				10^{15}	10^{-12}	
Big Bang ignit. β					10^{-36}	

$H(z)$ en $km \ s^{-1} \ Mpc^{-1}$. $Temp$ en Kelvin. t_H - temps de Hubble - en seconde. $k_H(z) = \frac{a(z)H(z)}{c}$ en Mpc^{-1} - nombre d'onde de la fluctuation entrant dans le rayon de Hubble). BBN = nucléosynthèse primordiale (\rightarrow essentiellement production de noyaux d'hydrogène et d'hélium)

Quelles pistes pour résoudre (ou diminuer) la tension ?



Uzan J.P., et Pitrou G. 2023, Fig 10

Quelles idées à partir des contraintes sur la position des pics acoustiques ?

Kamionkowski M. et Riess A. G., 2022 pages 17-20

$$\theta^* = \frac{r_s}{D_A(z^*)} \approx \frac{\int_{z^*}^{\infty} c_s(z, \rho_b/\rho_\gamma) [\rho_r(1+z)^4 + \rho_m(1+z)^3]^{-\frac{1}{2}} dz}{\int_0^{z^*} [\rho_m(1+z)^3 + \rho - \rho_m]^{-\frac{1}{2}} dz}$$

$$H_0 = \sqrt{3} H^* \theta^* \frac{\int_0^{z^*} [\rho(z)/\rho]^{-\frac{1}{2}} dz}{\int_{z^*}^{\infty} [\rho(z)/\rho(z^*)]^{-\frac{1}{2}} (1+R)^{-\frac{1}{2}} dz} \quad R = \frac{3}{4} \frac{\rho_b}{\rho_\gamma (1+z)}$$

1. première équation : diminuer simultanément numérateur et dénominateur
2. deuxième équation : augmenter le numérateur ou diminuer le dénominateur

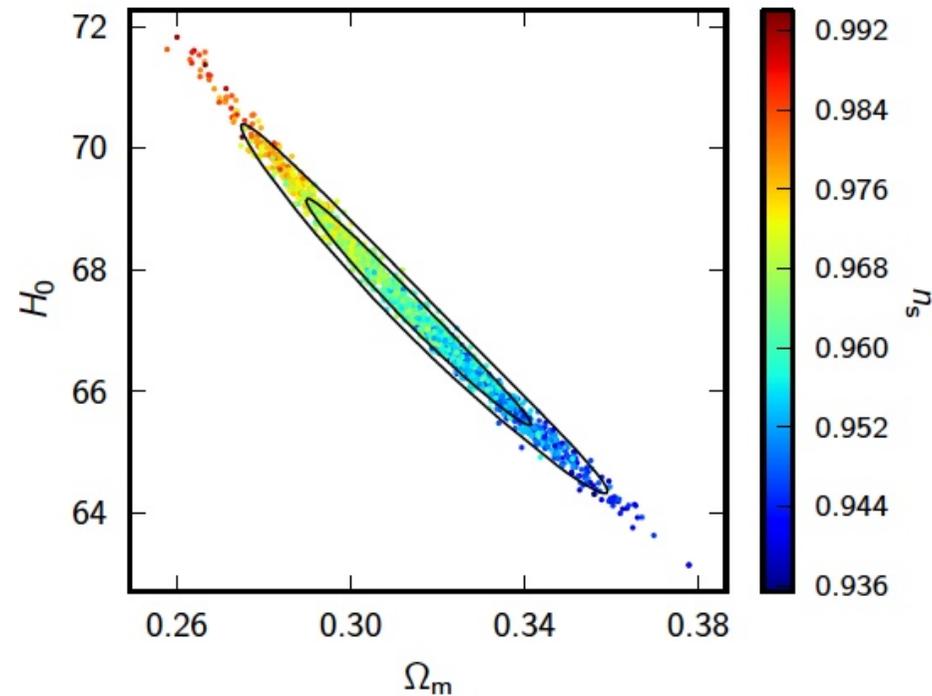
Quelles pistes pour résoudre (ou diminuer) la tension ? Early time solutions

Diminuer le dénominateur de la deuxième équation :

$$\int_{z^*}^{\infty} [\rho(z)/\rho(z^*)]^{-\frac{1}{2}} (1 + R)^{-\frac{1}{2}} dz \quad R = \frac{3}{4} \frac{\rho_b}{\rho_\gamma (1 + z)}$$

1. **Early Dark Energy** ou **Early Dark Matter** : introduire avant la recombinaison une énergie qui diminue l'horizon sonore
2. même ordre d'idée, envisager un w effectif $\neq 0$ pour la matière noire
3. réexaminer **la physique des neutrinos**, pour augmenter leur proportion dans l'énergie radiative $\rho_r = \left[1 + N \frac{7}{8} \left(\frac{4}{11} \right)^{\frac{4}{3}} \right] \rho_\gamma$
4. réexaminer **la physique du fluide baryons-photons**, pour augmenter le rapport ρ_b/ρ_γ dans R ou pour avancer la recombinaison.
5. réexaminer le modèle d'inflation, **le spectre des fluctuations primordiales ?**

$[H_0, \Omega_m]$: sensibilité à la valeur de l'indice spectral n_s des fluctuations primordiales



Contraintes dans l'espace Ω_m, H_0 . (*Planck 2013 results.XVI, Figure 3*)

Quelles pistes pour résoudre (ou diminuer) la tension ? Late time solutions

Snowmass 2021, Cosmology Intertwined...

Augmenter le numérateur de la deuxième équation : $\int_0^{z^*} [\rho(z)/\rho]^{-\frac{1}{2}} dz$

1. diminuer le poids de ρ_Λ lorsque z croît : $\rho_\Lambda (1+z)^{3(1+w_\Lambda)}$ avec $w_\Lambda < -1$
2. i.e. introduire un "fluide fantôme" dont la densité d'énergie croît avec le temps ($w < -1$). (Dynamical Dark Energy).
3. envisager des échanges entre Dark energy et Dark Matter (Diffusion Models)
4. introduire des interactions non gravitationnelles entre Dark Energy et Dark Matter (Interacting Dark Energy), avec $w_\Lambda < -1$ ou $w_\Lambda > -1$
5. envisager une Dark energy qui apparaît tardivement (Emergent Dark Energy)
6. introduire un mécanisme qui permet à l'énergie ρ_Λ d'avoir été négative dans un passé récent. (Graduate Dark Energy, Ads to Ds transition)
7. introduire un fluide caméléon : dont le comportement rehausse localement la densité et $H(z)$ dans les régions déjà denses, et inversement

Etc Mais se rappeler que (Snowmass 2021, page 41)

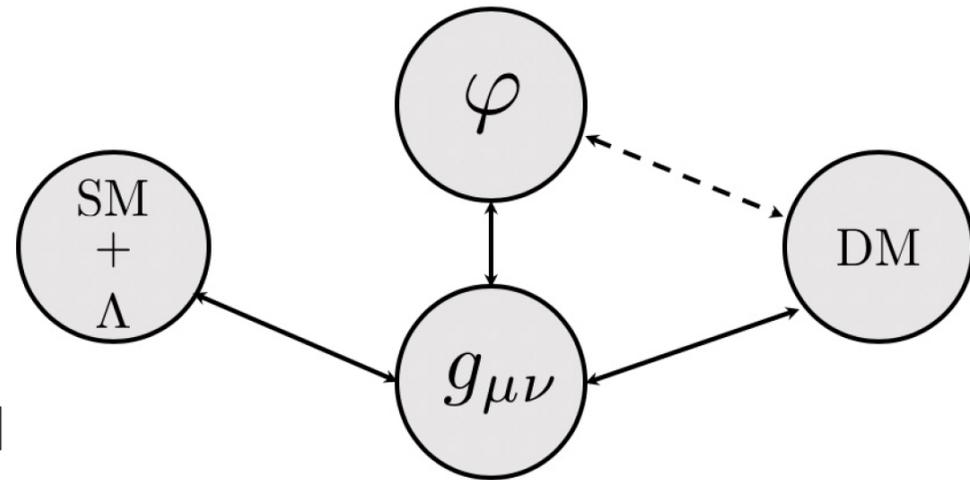
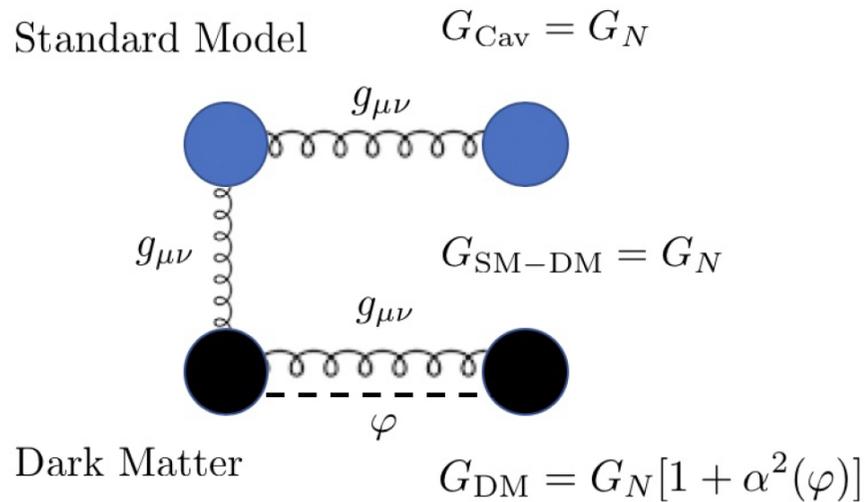
Cosmological models addressing the H_0 tension are extremely difficult to concoct. Generally speaking, and maybe counter-intuitively, the reason for this relies in the extremely high precision with which the flat Λ CDM model is able to fit at the same time the multitude of data sets we dispose, ranging from BBN to BAO and LSS data. Indeed, despite the presence of the aforementioned tensions in the cosmological landscape, the minimal 6 parameter flat Λ CDM model is able to deliver a number of accurate predictions for a variety of different effects which impact both the expansion and thermal history of the Universe. Modifying the standard cosmological model without compromising its many successes explaining the current data has proven to be a rather difficult task.

Zoom sur une proposition centrée sur la matière noire (J.P. Uzan et C.Pitrou, 2023)

Une extension de Λ CDM qui soit "vraie théorie" basée sur le formalisme et les équations de la théorie classique des champs, et qui respecte les résultats ou contraintes actuelles sur :

1. la validité du principe d'équivalence
2. tous les tests astrophysiques de la Relativité Générale
3. les éventuelles variations des constantes fondamentales
4. l'absence d'effet sur l'histoire de l'expansion à bas redshift
5. la valeur de l'horizon sonore
6. les prévisions d'abondances de la théorie de la nucléosynthèse primordiale

Le principe : introduction d'un champ ϕ interagissant uniquement avec 1) la matière noire DM 2) le tenseur métrique $g_{\mu\nu}$



Uzan.P, Pitrou, G, 2023, Fig. 1

Au départ de la théorie :

1. (rappel) Action de la Relativité générale : $S_G(G, g_{\mu\nu}, \Lambda_0) + S_M(\psi, g_{\mu\nu})$
2. (dans le modèle)
 $S_G(G, g_{\mu\nu}, \Lambda_0) + S_{SM}(\psi, g_{\mu\nu}) + S_\phi(G, g_{\mu\nu}, \phi, V(\phi)) + S_{DM}(\psi, \tilde{g}_{\mu\nu})$
avec $\tilde{g}_{\mu\nu} = A^2(\phi)g_{\mu\nu}$

Les équations fondamentales sont alors

l'équation d'Einstein $G_{\mu\nu} = \Lambda g_{\mu\nu} + \kappa T_{\mu\nu}^{SM} + \kappa T_{\mu\nu}^\phi + \kappa T_{\mu\nu}^{DM}$

l'équation du mouvement de ϕ (Klein Gordon)

les lois de conservation : $\nabla_\mu T_{SM}^{\mu\nu} = 0$ mais $\nabla_\mu [T_{DM}^{\mu\nu} + T_\phi^{\mu\nu}] = 0$

Equations de l'univers *non perturbé* (Friedmann -like)
 (Ici dans un univers plat et $c = 1$)

$$\begin{aligned}
 H^2 &= \frac{8\pi G}{3}(\rho_{SM} + \rho_{DM} + \rho_\phi) + \frac{\Lambda}{3} \\
 \frac{\ddot{a}}{a^2} &= \frac{\Lambda}{3} - \frac{4\pi G}{3}(\rho_{SM} + 3P_{SM} + \rho_{DM} + 3P_{DM} + \rho_\phi + 3P_\phi) \\
 8\pi G\rho_\phi &= \dot{\phi}^2 + 2V \quad 8\pi GP_\phi = \dot{\phi}^2 - 2V \\
 \dot{\rho}_{SM} &= -3H(\rho_{SM} + P_{SM}) \\
 \dot{\rho}_{DM} &= -3H(\rho_{DM} + P_{DM}) + \alpha(\phi)(\rho_{DM} - 3P_{DM})\dot{\phi} \\
 \ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} &= -\frac{dV}{d\phi} - 4\pi G\alpha(\phi)(\rho_{DM} - 3P_{DM})
 \end{aligned}$$

$$H(z) = H_0$$

$$\sqrt{\Omega_r(1+z)^4 + \Omega_{SM}(1+z)^3 + \Omega_{DM}(1+z)^3 \left[\frac{A(\phi)}{A(0)}\right]^m + \Omega_\Lambda + \Omega_{\dot{\phi}^2} + \Omega_V}$$

Choix de $V(\phi)$, $A(\phi)$ et paramètres des modèles

Dans l'article commenté, le potentiel $V(\phi)$ est assumé nul. $V(\phi) = 0$

Dans ce cadre, plusieurs expressions pour $A(\phi)$ sont proposées, mais dans la limite d'un champ faible (small ϕ), elles se ramènent toute à la forme générale :

$$A(\phi) = 1 + \frac{1}{2}\beta\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4$$

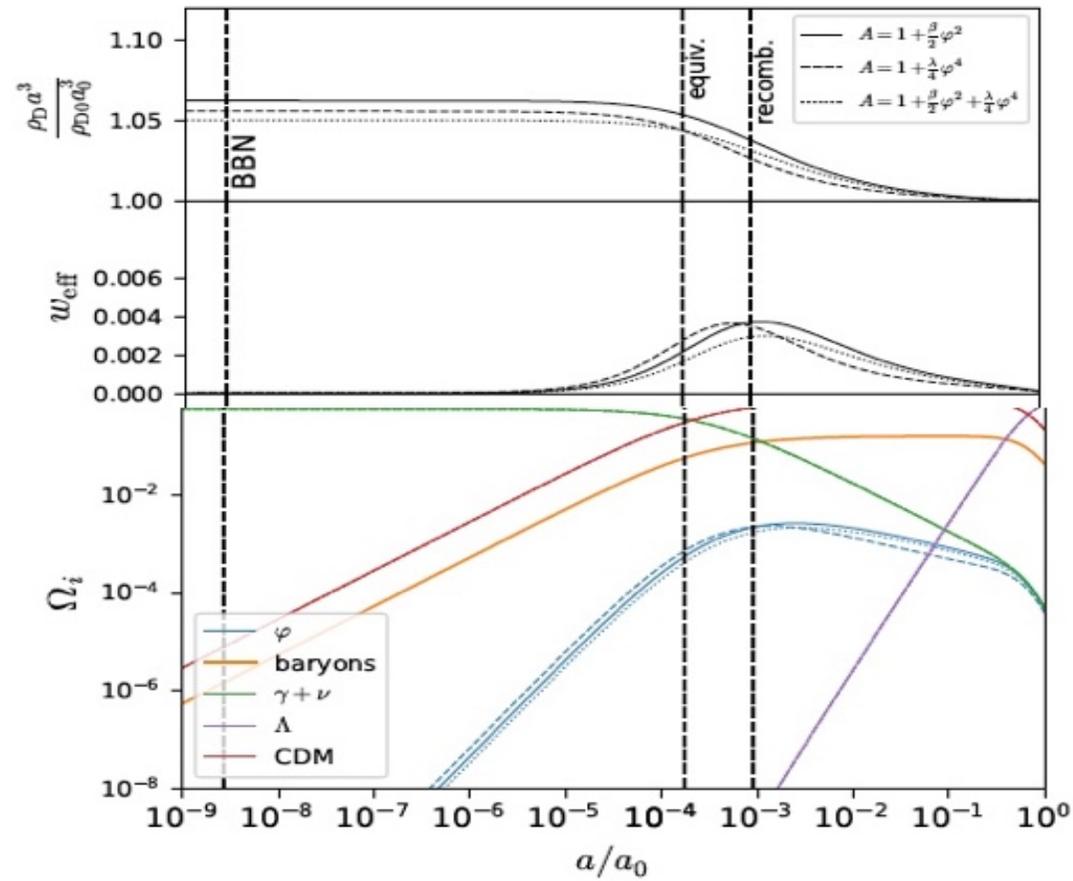
soit

$$\alpha(\phi) \equiv \frac{1}{A} \frac{dA}{d\phi} = \frac{1}{A}(\beta\phi + \lambda\phi^3)$$

Donc, deux paramètres supplémentaires,

avec evt. un troisième, ξ , proportion de matière noire soumise à la gravitation modifiée $G_{DM} = G(1 + \alpha(\phi))$

Dynamique de l'Univers 2023- Uzan-Pitrou non perturbé



Résultats

1. Démarche identique à celle de Planck : écriture des équations de l'univers perturbé, prise en compte du spectre initial, MonteCarlo pour explorer l'espace des paramètres, meilleur ajustement aux données : spectre du CMB, H_0 Shoes, contraintes BAO.
2. Des résultats encourageants dès le modèle à un seul paramètre (β)

Model	base+ H_0 +	Ω_m	$\Omega_b h^2$	h	S_8	Age (Gyr)	GT	Q_{DMAP}	ΔAIC
Λ CDM	BAO	0.2965 ± 0.0044	0.02263 ± 0.00013	0.6877 ± 0.0035	0.801 ± 0.009	13.75 ± 0.02	4.4σ	4.8	0
Λ CDM	BAO($z > 1$)	0.2912 ± 0.0052	0.02270 ± 0.00014	0.6919 ± 0.0042	0.794 ± 0.010	13.73 ± 0.02	4.1σ	4.4	0
$\Lambda\beta$ CDM	BAO	0.2875 ± 0.0056	0.02249 ± 0.00014	0.6977 ± 0.0054	0.814 ± 0.010	13.67 ± 0.04	3.8σ	3.9	-1.3
$\Lambda\beta$ CDM	BAO($z > 1$)	0.2666 ± 0.0073	0.02246 ± 0.00015	0.7187 ± 0.0076	0.807 ± 0.010	13.55 ± 0.05	1.8σ	2.0	-14.5
$\Lambda\lambda$ CDM	BAO	0.2884 ± 0.0054	0.02253 ± 0.00014	0.6966 ± 0.0052	0.817 ± 0.011	13.68 ± 0.04	3.8σ	4.2	-1.5
$\Lambda\lambda$ CDM	BAO($z > 1$)	0.2689 ± 0.0072	0.02253 ± 0.00014	0.7160 ± 0.0075	0.811 ± 0.011	13.56 ± 0.047	2.2σ	2.0	-15.4
$\Lambda(\beta, \lambda)$ CDM	BAO	0.2878 ± 0.0059	0.02247 ± 0.00015	0.6974 ± 0.0058	0.815 ± 0.009	13.67 ± 0.04	3.8σ	3.5	-1.2
$\Lambda(\beta, \lambda)$ CDM	BAO($z > 1$)	0.2656 ± 0.0077	0.02246 ± 0.00015	0.7196 ± 0.0081	0.805 ± 0.010	13.54 ± 0.04	1.7σ	1.8	-12.2

Retour sur le spectre de puissance des fluctuations primordiales

Une question et deux remarques

1. Ce spectre est ce que les modèles reconstruisant le CMB voient du very early time. Sa forme mathématique est liée aux modèles d'inflation.
2. Tout se passe comme si les transitions de la première seconde (EW transition, Color confinement, BBN) n'avaient aucun impact
3. Est-ce le cas ?
4. Les fluctuations primordiales prises en compte par Planck $k \in [5 \cdot 10^{-3}, 2 \cdot 10^{-1}]$ sont largement "super Hubble" lors de ces transitions
5. Les fluctuations de cette gamme sont majoritairement "sub Hubble" lors de la recombinaison ($k_H \approx 4.5 \cdot 10^{-3}$).

Retour sur le spectre de puissance des fluctuations primordiales.
D'autres formes de spectre sont elles compatibles avec les observations ?

Planck Collaboration a réalisé deux types de tests (Planck 2018 results. Constraints on inflation)

1. tests sur des formes **libres** de déviations par rapport au spectre en loi de puissance $\mathcal{P}_R(k) = A_s \left[\frac{k}{k_0} \right]^{n_s - 1}$ (trois méthodes différentes utilisées)
2. tests sur des formes **définies** de déviations, modulant un spectre de base par des fonctions périodiques ou quasi-périodiques d'expressions paramétrées (plusieurs types de modulation testés)
3. les deux approches aboutissent à la même conclusion : **no statistically significant evidence for a deviation from a pure power law... or for (any) features**

Zoom sur une proposition centrée sur le spectre des fluctuations primordiales
Première phase : Hazra, Shafieloo, Souradeep, 2014

En mettant en oeuvre une méthode "top-down" (Dé-convolution : $D(l) \rightarrow \mathcal{P}(k)$)

1. reconstruisent un $\mathcal{P}(k)$ à partir du $D(l)$ de Planck dont ils soustraient au préalable les effets de lentilles gravitationnelles
2. pour cette reconstruction ils utilisent les valeurs des paramètres $H_0, \omega_b, \omega_m, \tau$ promues par Planck CMB

Leurs objectifs sont, entre autres :

1. de vérifier si cette reconstruction recouvre bien un PPS en loi de puissance avec un indice spectral n_s conforme à celui promu par Planck CMB
2. de dégager éventuellement des déviations faibles mais significatives pour certains nombres d'onde k

Zoom sur une proposition centrée sur le spectre des fluctuations primordiales
Seconde phase : Hazra, Shafieloo, Souradeep, 2019

Toujours en mettant en oeuvre la même méthode "top-down" de dé-convolution

1. reconstruisent un $\mathcal{P}(k)$ à partir du $D(l)$ de Planck CMB
2. pour cette reconstruction ils forcent cette fois ci H_0 et certaines autres grandeurs à être conformes à celles mesurées dans l'univers proche ; ainsi, ils prennent $H_0 = 73.48$ km/s/Mpc

Leur hypothèse est que "The discordance in estimated parameters (like H_0 , σ_8) between Planck CMB and other observations can be substantially captured by features in the reconstructed PPS"

Un spectre primordial avec oscillations

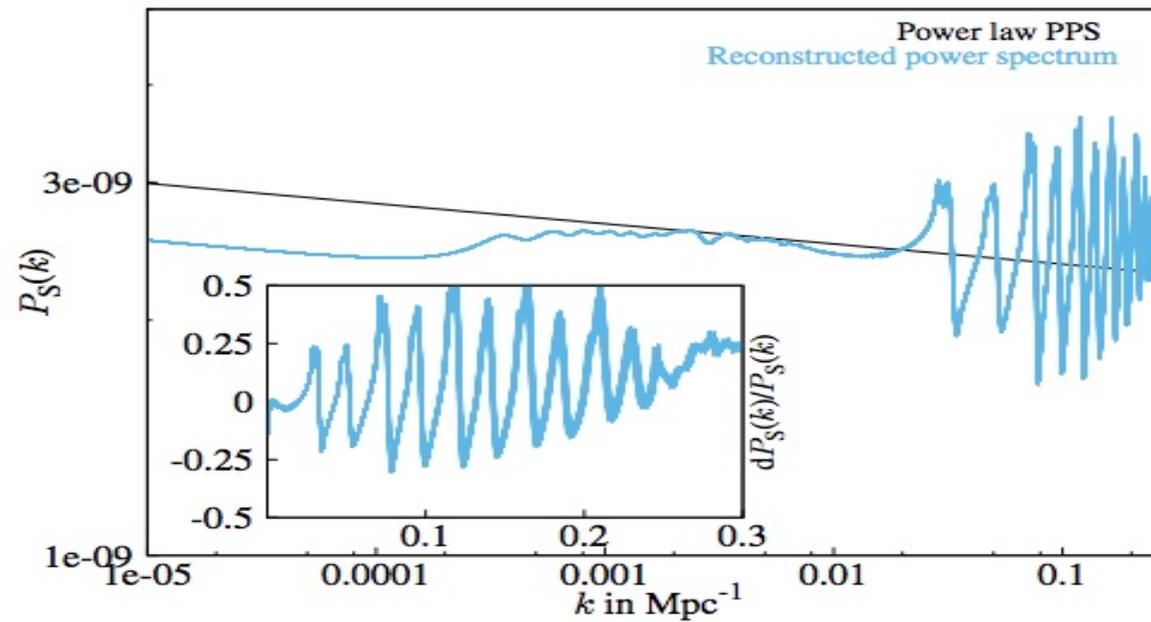
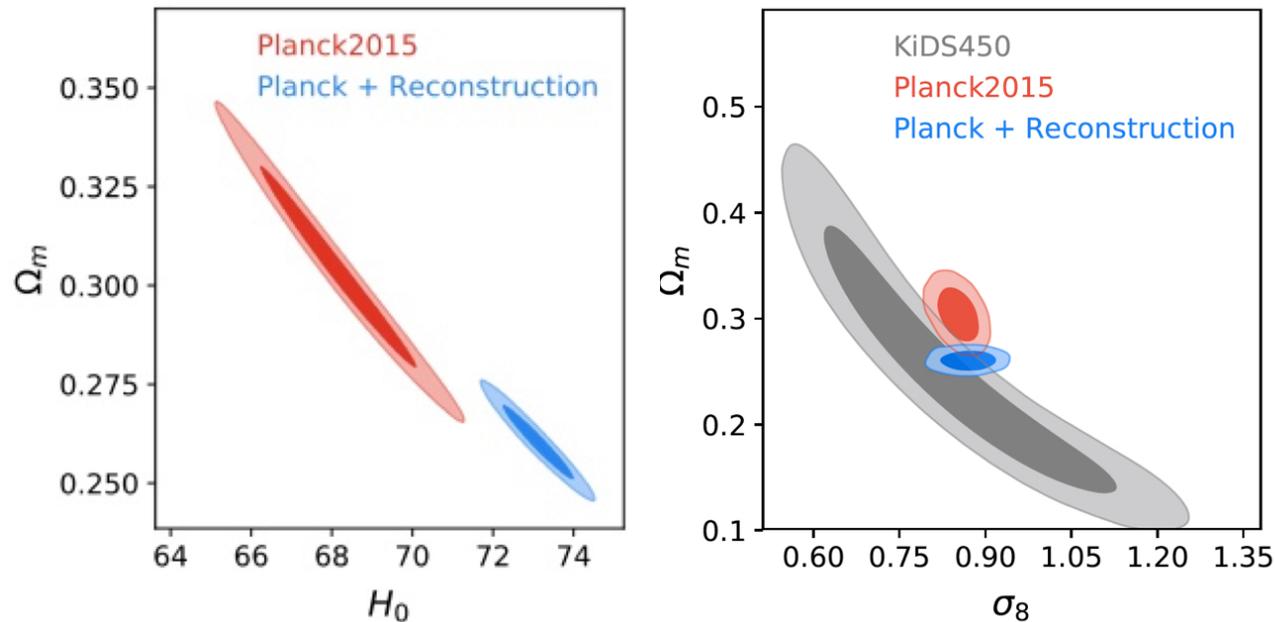


FIG. 1: The shape of the reconstructed primordial power spectra assuming $H_0 = 73.48 \text{ km/s/Mpc}$ and $\Omega_m = 0.259$.

Hazra, Shafieloo, Souradeep, 2019

Et maintenant, down-up !

Comme dans Planck CMB, mais en partant du spectre reconstruit. Objectif : Comment les dégénérescences $[\Omega_m, H_0]$ et $[\Omega_m, \sigma_8]$ sont-elles déplacées. ?



Hazra, Shafieloo, Souradeep, 2019, Figs 2 et 3

La même équipe Indo-coréo-italienne ... a poursuivi ses travaux sur des idées similaires

Voir par exemple (aussi en rapport avec les modèles d'inflation)

1. 2023 march, PhRvL Antony A., Finelli., Hazra D.K. ...
2. 2022 mai, PhRvD, Braglia M., Chen X., Hazra D.K. ...
3. 2020 aug. MNRAS Debono I., Hazra D.K., Shafieloo A., Smoot G.F., Starobinski A.A.,